**2022年度安徽省自然科学奖提名项目公示内容**

**一、项目名称：**非交换几何中的范畴方法

**二、提名者：**安徽大学

**三、提名意见：**

该项目研究非交换几何领域中若干重要代数类的环论性质、同调性质和表示理论。研究了Unitary Operad的环论性质，为Operad理论研究提供了一种新角度和新方法；引入了Hopf代数作用重要不变量关联度的定义，给出了非交换Auslander定理成立的充分必要条件，为非交换代数中Auslander定理的证明提供了切实有效的普遍方法；引入伪单子函子以及D-标准Abel范畴的新概念，证明了标准等价猜测成立当且仅当相应的模范畴是D-标准的，为标准等价猜测的验证提供了新方法；建立并解释了多种非交换Poisson上同调理论，从不同角度给出了Poisson代数形变量子化理论新的理解。

我单位认真审阅了推荐书及附件次啊了，相关栏目均符合省科学技术奖励工作办公室的填写要求，推荐材料真实有效。同意提名2022年度安徽省自然科学奖。

**四、项目简介**

本项目“非交换几何中的范畴方法”隶属代数学领域，主要研究非交换几何领域若干重要代数类的环论性质、同调性质和表示理论，如Poisson代数、Hopf代数作用的不变子代数、PI代数等，是代数学、代数几何、数学物理等领域共同关注的重要研究领域。本项目的主要研究工作包括以下几个方面：

1. **代数Operad环论性质的研究**

代数Operad理论为一般代数系统提供了控制形式形变的上同调理论，也可用于研究不同代数系统之间的联系，现已逐步发展为代数结构及其上同调理论研究的重要研究工具之一。我们率先将代数Operad视为-分次向量空间上的代数结构进行研究，引入了2-unitary operad的概念，获得了这类operad的理想结构和增长性质，并以此给出了结合代数operad与Poisson operad之间的联系，从operad角度揭示了形变量子化的本质。

1. 非交换Auslander定理的研究

著名数学家Montgomery等认为Hopf代数的作用是Hopf代数研究的主流方向. 一般来说， Hopf作用的不变子代数很难计算，而一定条件下不变子代数Morita等价于对应的smash积（称为Auslander定理），它是McKay对应、孤立奇点等问题研究的理论基础。因此何种条件下Auslander定理成立，对于Hopf代数或群在代数上作用的研究来说至关重要。

（1）我们定义了Hopf作用的一种不变量，即关联度(Pertinency)。证明了非交换Auslander定理成立当且仅当该作用的关联度大于等于2。相关工作已被Trans. Amer. Math. Soc.，Israel J. Math.，J. Algebra等期刊上论文引用\*\*\*次。

（2）利用上述结果运用不同方法技巧证明了三类代数（PI代数、有限维Lie代数的泛包络代数、Down-Up代数）上Hopf作用的非交换Auslander定理，相关论文发表于Trans. Amer. Math. Soc. 这一结论成为证明Hopf作用的Auslander定理成立的重要依据。

3. 非交换Poisson代数上同调理论的研究

近五十年来，Poisson代数是代数学和几何学共同关注的研究领域，在理论物理、微分几何、代数几何、代数拓扑、代数表示论与数论等领域都有重要的应用。 Poisson流形上的形变量子化定理是Kontsevich获得1998年菲尔兹奖的主要工作之一。我们首先将形变量子化解释为Poisson代数在非交换意义下的形式形变，从而利用FGV-Poisson上同调给出了一类Poisson代数形变量子化存在的若干条件。

4. 标准等价猜想的研究

标准等价猜想是由ICM报告人Rickard提出，即代数间的导出等价均为标准的，即为某个双模复形的导出张量函子。我们采取了全新方法，引入伪单子函子以及D-标准Abel范畴的新概念。我们证明了标准等价猜测成立当且仅当相应的模范畴是D-标准的。这为研究标准等价猜测提供了全新的视角，得到了意大利知名学者Vitoria的引用。

**五、代表性论文专著目录**

[1] Yan-Hong Bao, Yu Ye and James J. Zhang, Truncation of unitary operads, Advances in Mathematics, 372 (2020), 107290:1-75.

[2] Yan-Hong Bao, Ji-Wei He and James J. Zhang, Noncommutative Auslander theorem, Transactions of the American Mathematical Society, 370 (12) (2018):  8613-8638.

[3] Yan-Hong Bao, Ji-Wei He and James J. Zhang, Pertinency of Hopf actions and quotient categories of Cohen-Macaulay algebras. Journal of Noncommutative Geometry, 13 (2) (2019): 667-710.

[4] Xiao-Wu Chen, Yu Ye, The D-standard and K-standard categories, *Advances*

*in Mathematics*, 333(2018):159-193.

[5] Yan-Hong Bao and Yu Ye, Cohomology structure for a Poisson algebra: II, Science China Mathematics, 64 (5) (2021), 903-920.

**六、主要完成人：**鲍炎红、叶郁、何济位、陈小伍

**七、主要完成单位：**

安徽大学

中国科学技术大学

杭州师范大学